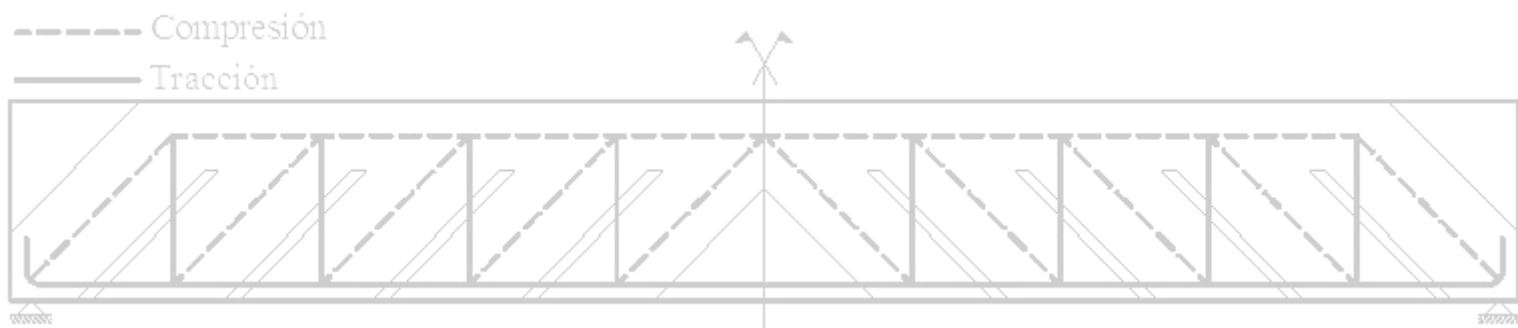


Tema 11:

E.L.U. de Agotamiento por esfuerzo cortante en elementos de hormigón armado

CONTENIDO:

1.	Introducción	2
2.	Comportamiento hasta rotura de una pieza de HORMIGÓN armado sometida a esfuerzos cortantes.	2
2.1	Estado I. Elástico	3
2.2	Estado II. De fisuración	6
2.3	Estado III. De prerrotura	8
3.	Analogía de la celosía de Ritter-Mörsch	9
3.1	Cortante resistido por la armadura transversal	11
3.2	Cortante absorbido por el hormigón	12
3.3	Compresión oblicua del hormigón del alma	13
3.4	Decalaje de la ley de esfuerzos	14
4.	Cortante según EHE. Elementos lineales, placas y losas.	17
4.1	Obtención de V_{u1}	18
4.2	Obtención de V_{u2}	19
4.2.1	Piezas sin fisurar	19
4.2.2	Piezas sin armadura de corte	20
4.2.3	Piezas con armadura de cortante	20
4.2.3.1	Cálculo de V_{cu}	20
4.2.3.2	Cálculo de V_{su}	21
4.3	Interacción cortante-flector	21
4.4	Disposiciones relativas de las armaduras.	22
5.	Sistemática de cálculo.	25



1. INTRODUCCIÓN

En el capítulo precedente relativo al cálculo de secciones sometidas a solicitaciones normales, se analizan temas de hormigón armado sobre los cuales nuestros conocimientos pueden considerarse suficientemente satisfactorios. La forma de actuar fue, primeramente, estudiar el comportamiento cualitativo, hasta rotura, vía experimentación, de las piezas de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales. A partir de este estudio se estableció un modelo, formalizado en un conjunto de hipótesis básicas, que nos permitió resolver el problema del cálculo de secciones (dimensionamiento y comprobación) bajo solicitaciones normales. Los resultados de este cálculo concuerdan satisfactoriamente con los resultados experimentales.

Del tema que ahora se inicia, comportamiento de piezas de hormigón armado frente a los esfuerzos cortantes, nuestro conocimiento es mucho más imperfecto, debido a la extraordinaria complejidad del problema. La forma de actuar será la misma: estudiaremos el comportamiento hasta rotura de una pieza de hormigón armado sometida a esfuerzos cortantes y a partir de este estudio estableceremos un modelo de cálculo. A diferencia del comportamiento de la pieza bajo solicitaciones normales, el comportamiento bajo esfuerzos cortantes es mucho más complejo, dependiendo, entre otros condicionantes, de la geometría de la sección, de su variación a lo largo del eje de la barra, la esbeltez de ésta, la disposición de las armaduras, del tipo de cargas, de la situación de los apoyos, etc. Esta complejidad hace que no sea fácil incluir todas las variables que intervienen en una teoría práctica y al mismo tiempo sencilla. Por lo tanto, estableceremos un modelo simplificado que nos permita obtener unos resultados, que posteriormente corregiremos para ajustarlo a los resultados experimentales.

2. COMPORTAMIENTO HASTA ROTURA DE UNA PIEZA DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDA A ESFUERZOS CORTANTES.

En una pieza flectada, la variación del momento flector a lo largo de su eje origina la aparición de una nueva solicitación denominada esfuerzo cortante, que en una sección es la resultante de las tensiones tangenciales que en ella actúan.

Para realizar el estudio del comportamiento de una pieza de hormigón armado sometida a esfuerzos cortantes, vamos a analizar las distintas etapas por las que pasa una pieza, simplemente apoyada y sometida a una carga uniforme p , hasta alcanzar la rotura (ver Fig. 2-1). La pieza estará solicitada, por tanto, a flexión y cortante. En concreto, pretendemos determinar la distribución de tensiones en la pieza de hormigón armado.

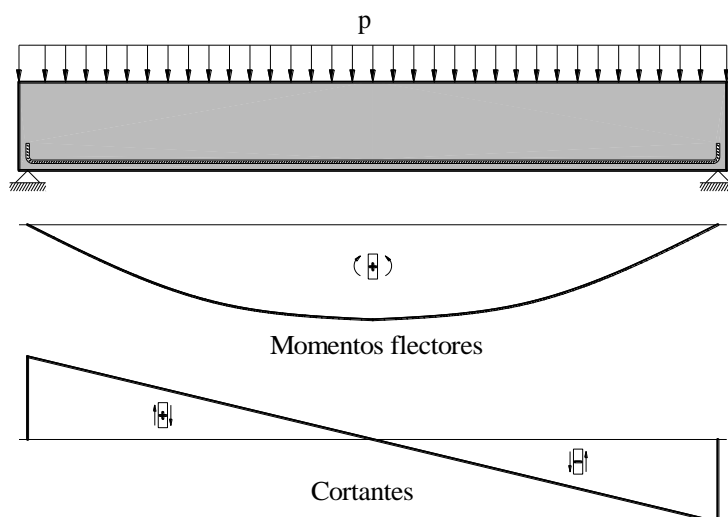


Fig. 2-1

Al igual que en el caso de las solicitaciones normales, consideraremos tres estados:

2.1 Estado I. Elástico

Para estados de carga pequeños, donde las deformaciones de las fibras más traccionadas son inferiores a la correspondiente a la de agotamiento por tracción del hormigón, la pieza se encuentra sin fisurar, y el comportamiento del hormigón puede considerarse elástico y lineal. Además, debido a las pequeñas deformaciones que se producen, la contribución de la armadura longitudinal a la resistencia de la sección puede despreciarse.

Para una sección de la pieza, como la representada en la Fig. 2-2, sometida a unos esfuerzos normales (nos encontramos en un problema de flexión simple, por lo que únicamente existe un momento flector M)¹ y un esfuerzo cortante V , la distribución de tensiones normales sería como la representada en la Fig. 2-3, donde se ha representado una rebanada del elemento formada por dos secciones separadas una distancia ds .

Según las leyes de la resistencia de materiales (ecuaciones de NAVIER), las tensiones normales, a ambos lados de la rebanada, a una distancia t de la línea neutra², vienen dadas por:

$$\sigma_x(t) = \frac{M}{I} t$$

$$\sigma'_x(t) = \frac{M + dM}{I} t$$

donde I es el momento de inercia de la sección según el eje Z .

Para obtener la distribución de tensiones tangenciales sobre la sección damos un corte a una altura y (el origen de este sistema se encuentra sobre la línea neutra de la sección), y planteamos el equilibrio de dicha porción de la rebanada. En la Fig. 2-4 se representa la porción de rebanada objeto de estudio, sometida a las tensiones que el resto de la pieza ejerce sobre ella, y los esfuerzos resultantes de dichas tensiones.

Del equilibrio de la porción de rebanada obtenemos que:

$$C + R \cdot ds = C + dC \Rightarrow R = \frac{dC}{ds} \quad [2-1]$$

donde R es la fuerza rasante por unidad de longitud, a una altura y sobre la línea neutra de la sección.

Las resultantes de las compresiones a ambos lados de la porción de rebanada serán:

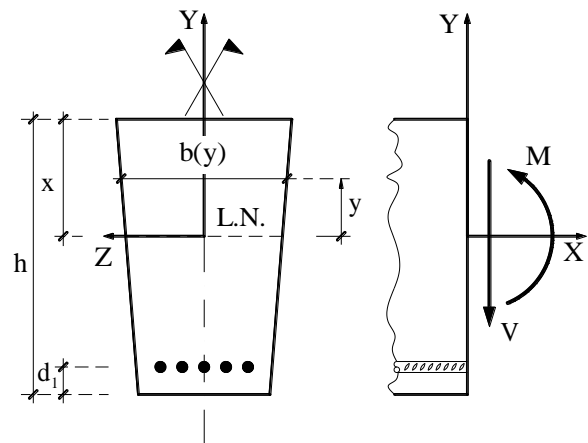


Fig. 2-2

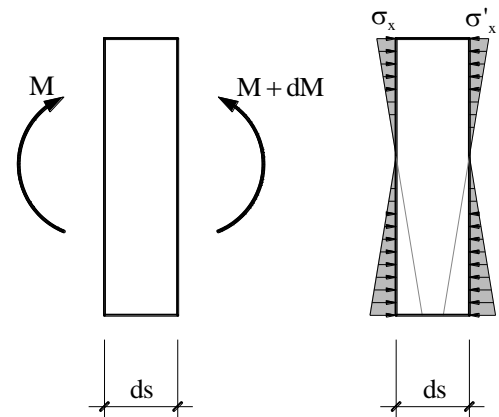


Fig. 2-3

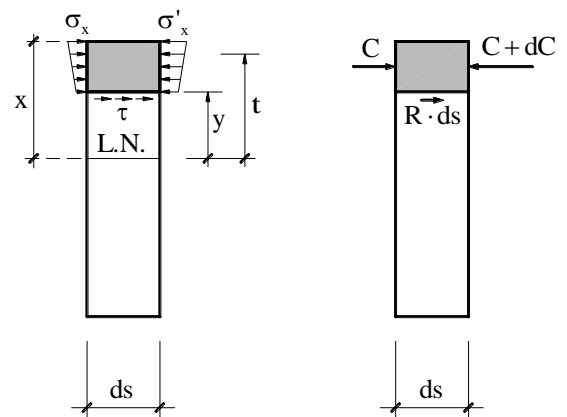


Fig. 2-4

¹ En el caso de encontrarnos en un problema de flexo-compresión el razonamiento a seguir sería exactamente el mismo, obteniéndose los mismos resultados.

² Una sección sometida a un esfuerzo de flexión simple tendrá su línea neutra situada en el centro de gravedad de la sección, ya que se tienen que equilibrar la resultante de las tensiones de compresión con la de tracción.

$$\begin{aligned}
 C &= \int_y^x \sigma_x(t) \cdot b \cdot dt \Rightarrow C = \int_y^x \frac{M}{I} t \cdot b \cdot dt \\
 C + dC &= \int_y^x \sigma'_x(t) \cdot b \cdot dt \Rightarrow C + dC = \int_y^x \frac{M + dM}{I} t \cdot b \cdot dt
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} C &= \int_y^x \sigma_x(t) \cdot b \cdot dt \\ C + dC &= \int_y^x \sigma'_x(t) \cdot b \cdot dt \end{aligned}} \right\} \Rightarrow dC = \int_y^x \frac{dM}{I} t \cdot b \cdot dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dC = \frac{dM}{I} \int_y^x t \cdot b \cdot dt \Rightarrow dC = \frac{dM}{I} S(y) \quad [2-2]$$

donde $S(y)$ es el momento estático de la sección a una altura y sobre la fibra neutra.

Sustituyendo [2-2] en [2-1] se obtiene:

$$R = \frac{dM}{ds} \frac{S(y)}{I}$$

y como del equilibrio de la rebanada se tiene que cumplir que:

$$\frac{dM}{ds} = V$$

nos queda finalmente:

$$R = V \frac{S(y)}{I} \quad [2-3]$$

La rasante máxima se produce donde es máximo el momento estático, que sucede a la altura de la línea neutra:

$$R_{\text{máx}} = V \frac{S(0)}{I} \quad [2-4]$$

La tensión tangencial τ vendrá dada por:

$$\tau = \frac{R}{b(y)} \Rightarrow \tau = V \frac{S(y)}{I \cdot b(y)} \quad [2-5]$$

por lo tanto, la distribución de tensiones tangenciales sobre la sección será tal que la tensión tangencial es nula en las fibras extremas y máxima donde sea máximo el cociente $\frac{S(y)}{b}$. En el caso particular de secciones rectangulares, donde el ancho b es constante, la tensión tangencial máxima se produce, al igual que la fuerza rasante, a la altura de la línea neutra, y su valor es:

$$\tau_{\text{máx}} = V \frac{S(0)}{I \cdot b} \quad [2-6]$$

Teniendo en cuenta que la resultante de compresiones vale:

$$\begin{aligned}
 C &= \int_0^x \sigma_x \cdot b \cdot dt = \int_0^x \frac{M}{I} t \cdot b \cdot dt = \frac{M}{I} \int_0^x t \cdot b \cdot dt = \frac{M}{I} S(0) \\
 M &= C \cdot z
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} C &= \int_0^x \sigma_x \cdot b \cdot dt \\ M &= C \cdot z \end{aligned}} \right\} \Rightarrow z = \frac{I}{S(0)}$$

los valores máximos de la fuerza rasante por unidad de longitud y tensión tangencial se pueden poner de la forma:

$$R_{\text{máx}} = \frac{V}{z} \Rightarrow \tau_{\text{máx}} = \frac{V}{z \cdot b} \quad [2-7]$$

En la Fig. 2-5 se representa la distribución de tensiones tangenciales para el caso particular de una sección rectangular.

Por lo tanto, dada una sección cualquiera sometida a esfuerzos normales y un esfuerzo cortante, conocemos la distribución de tensiones que se producen tanto normales, σ_x , como tangenciales, τ . Estas tensiones son las que se representan para un punto cualquiera de la pieza en la Fig. 2-6.a).

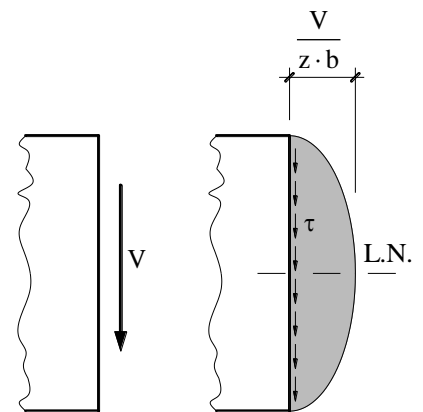


Fig. 2-5

Este estado tensional origina unas tensiones principales que vienen dadas por:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \cdot \tau}{\sigma_x}$$

y que para el mismo punto anterior, se han representado en la Fig. 2-6.b).

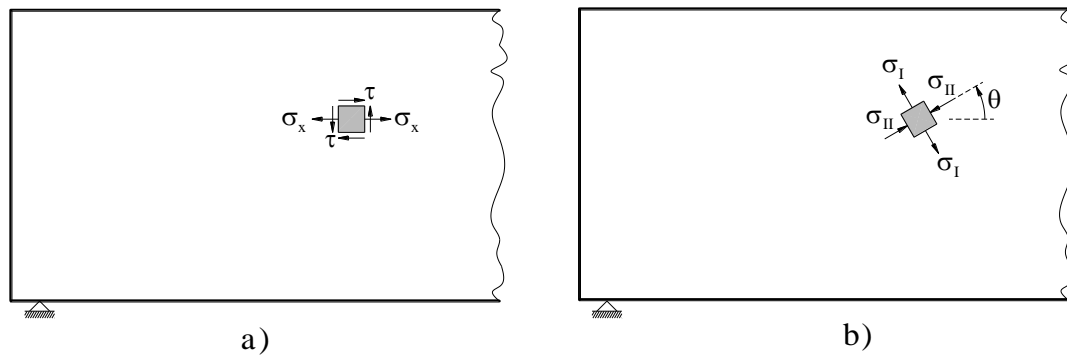


Fig. 2-6

Si representamos las envolventes de las tensiones principales se obtienen unas curvas, denominadas líneas isostáticas, que son las que se indican en la Fig. 2-7. Se observa que a nivel del eje neutro, las tensiones principales, al ser $\sigma_x = 0$, tienen una inclinación de 45° respecto al eje de la pieza.

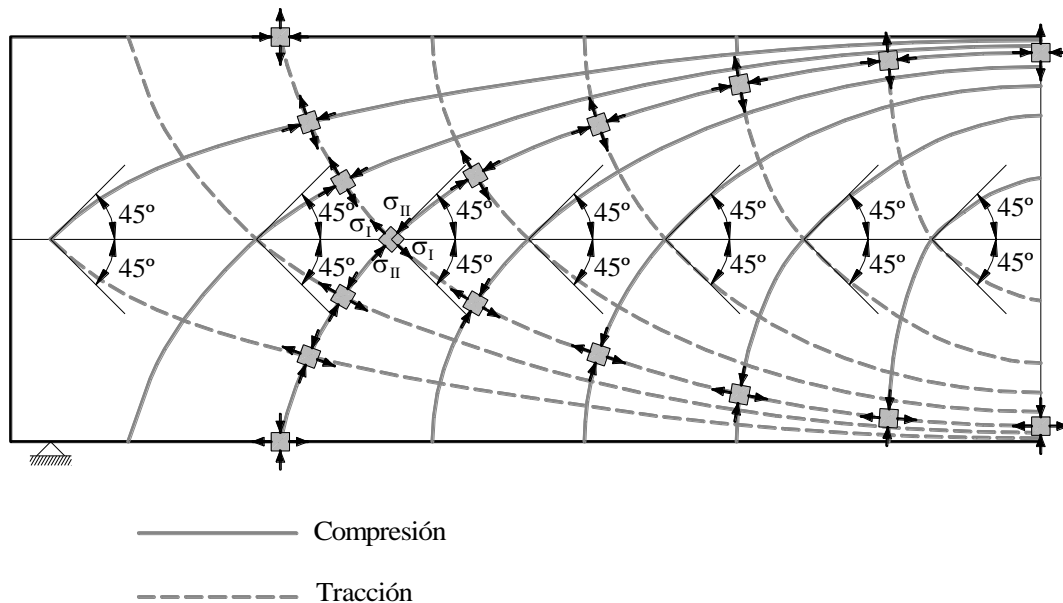


Fig. 2-7

Puede observarse que *el efecto de las tensiones tangenciales, creadas por el cortante, es el de inclinar las tensiones principales de tracción respecto al eje de la pieza*. En el Estado I estas tensiones no superan la resistencia a tracción del hormigón, y la pieza no se fisura. El esfuerzo

cortante es resistido únicamente por el hormigón, pues aunque exista armadura transversal, prácticamente no entrará en carga debido a las pequeñas deformaciones que se producen.

2.2 Estado II. De fisuración

Al aumentar la carga se producen tensiones principales de tracción superiores a la resistencia del hormigón a tracción. En este instante comienza la fisuración del hormigón siguiendo las trayectorias de las tensiones principales de compresión.

Si estamos aun suficientemente alejados de la rotura, podemos seguir admitiendo un comportamiento lineal tensión-deformación.

La distribución de tensiones normales sería como la representada en la Fig. 2-7, para una rebanada del elemento formada por dos secciones separadas una distancia ds .

Al igual que en la sección sin fisurar, las tensiones normales, a ambos lados de la rebanada, a una distancia t de la línea neutra, vienen dadas por:

$$\sigma_x(t) = \frac{M}{I_f} t$$

$$\sigma'_x(t) = \frac{M + dM}{I_f} t$$

donde en este caso I_f es el momento de inercia de la sección fisurada según el eje Z.

Para obtener la distribución de tensiones tangenciales sobre la sección, actuamos de igual forma que en el caso de la sección sin fisurar, es decir, damos un corte a una altura y , y planteamos el equilibrio de dicha porción de la rebanada. En la Fig. 2-8 se representa la porción de rebanada objeto de estudio, sometida a las tensiones que el resto de la pieza ejerce sobre ella, y los esfuerzos resultantes de dichas tensiones.

Del equilibrio de la porción de rebanada obtenemos de nuevo que:

$$C + R \cdot ds = C + dC \Rightarrow R = \frac{dC}{ds} \quad [2-8]$$

donde, al igual que antes, R es la fuerza rasante por unidad de longitud, a una altura y sobre la línea neutra de la sección.

Las resultantes de las compresiones a ambos lados de la porción de rebanada serán:

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_y^x \sigma_x(t) \cdot b \cdot dt \Rightarrow C = \int_y^x \frac{M}{I_f} t \cdot b \cdot dt \\ C + dC &= \int_y^x \sigma'_x(t) \cdot b \cdot dt \Rightarrow C + dC = \int_y^x \frac{M + dM}{I_f} t \cdot b \cdot dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow dC = \int_y^x \frac{dM}{I_f} t \cdot b \cdot dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dC = \frac{dM}{I_f} \int_y^x t \cdot b \cdot dt \Rightarrow dC = \frac{dM}{I_f} S_f(y) \quad [2-9]$$

donde $S_f(y)$ es el momento estático de la sección fisurada a una altura y sobre la línea neutra. Para valores de $y \geq 0$ será: $S_f(y) = S(y)$, y para $y < 0$ será: $S_f(y) = S(0)$, al encontrarse la sección

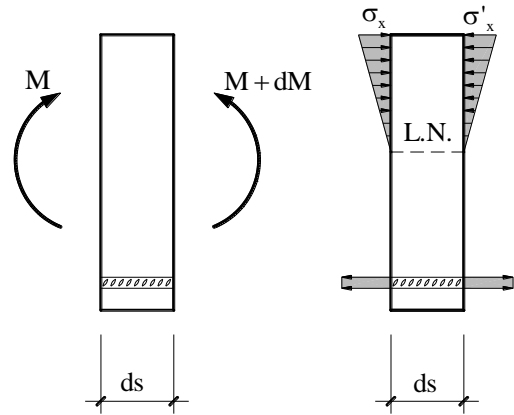


Fig. 2-7

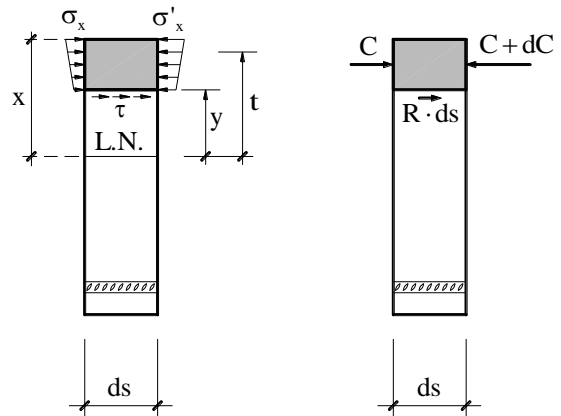


Fig. 2-8

fisurada, y por lo tanto $\sigma_x = 0$, hasta alcanzar la armadura inferior, donde el momento estático se anula.

Sustituyendo [2-9] en [2-8] se obtiene:

$$R = \frac{dM}{ds} \frac{S_f(y)}{I_f} \Rightarrow R = V \frac{S_f(y)}{I_f} \quad [2-10]$$

De nuevo la rasante máxima se produce donde es máximo el momento estático de la sección fisurada, que sucede a la altura de la línea neutra:

$$R_{\text{máx}} = V \frac{S_f(0)}{I_f} \quad [2-11]$$

Por debajo de la línea neutra, al no existir tensiones normales y por lo tanto permanecer el momento estático constante, la fuerza rasante se mantiene también constante.

La tensión tangencial τ vendrá dada por:

$$\tau = \frac{R}{b(y)} \Rightarrow \tau = V \frac{S_f(y)}{I_f \cdot b(y)} \quad [2-12]$$

donde de nuevo la tensión máxima se produce donde sea máximo el cociente $\frac{S(y)}{b(y)}$. En el caso particular de secciones rectangulares, donde el ancho b es constante, la tensión tangencial máxima se produce a la altura de la línea neutra, y su valor es:

$$\tau_{\text{máx}} = V \frac{S_f(0)}{I_f \cdot b} \quad [2-13]$$

Los valores máximos de la fuerza rasante por unidad de longitud y tensión tangencial se pueden poner, al igual que en el caso de la sección sin fisura, de la forma:

$$R_{\text{máx}} = \frac{V}{z} \Rightarrow \tau_{\text{máx}} = \frac{V}{z \cdot b} \quad [2-14]$$

En la Fig. 2-9 se representa la distribución de tensiones tangenciales para el caso particular de una sección rectangular.

En la Fig. 2-10 se han representado las líneas isostáticas, donde se observa como por debajo de la línea neutra estas líneas se transforman en rectas con inclinación de 45° respecto a la directriz de la pieza, al ser las tensiones normales nulas y encontrarnos en un estado de corte puro.

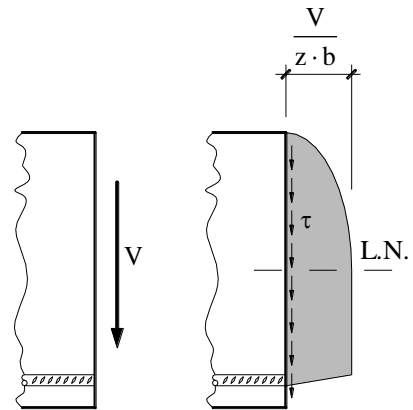


Fig. 2-9

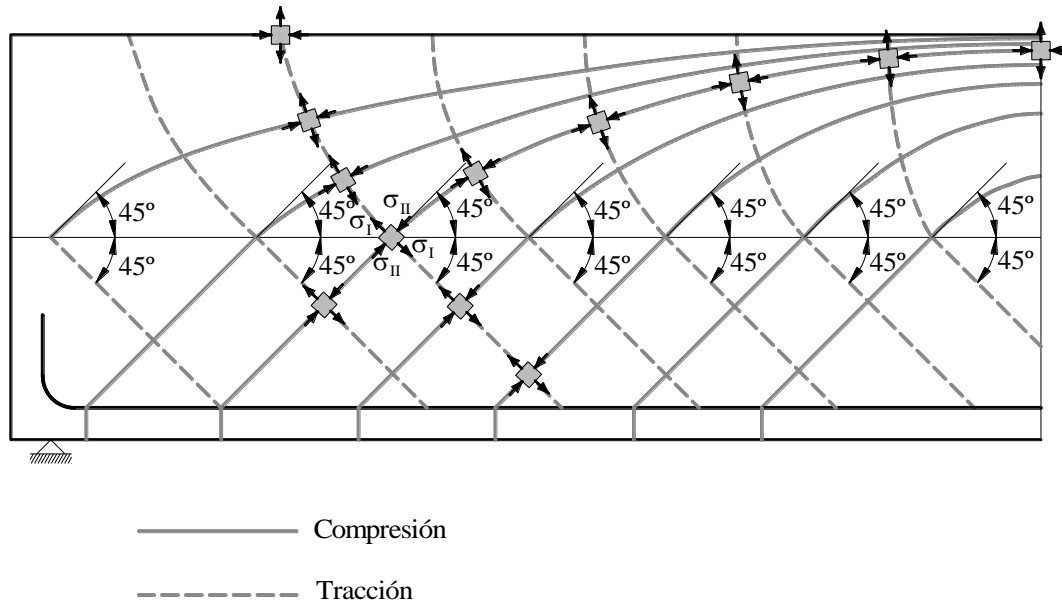


Fig. 2-10

2.3 Estado III. De prerrotura

Para estados de carga elevados la relación tensión deformación deja de ser lineal para presentar una fuerte plastificación, como ya vimos en el tema 7.

La distribución de tensiones normales sería como la representada en la Fig. 2-11, para una rebanada del elemento formada por dos secciones separadas una distancia ds .

Con los conocimientos actuales no podemos determinar la distribución de tensiones tangenciales por encima de la línea neutra, ya que para este estado, no se conoce un diagrama tensión-deformación lo suficientemente preciso como para poder restar volúmenes de compresiones, tal como se ha realizado en los dos casos anteriores.

Lo que sí podemos determinar son las tensiones tangenciales por debajo de la línea neutra, pero admitiendo la hipótesis de que el brazo mecánico se mantiene constante. Efectivamente, aislando una porción de la rebanada anterior que incluya la línea neutra (Fig. 2-12), y planteando el equilibrio de la misma, obtenemos, como siempre:

$$C + R \cdot ds = C + dC \Rightarrow R = \frac{dC}{ds} \quad [2-15]$$

Como a nivel de sección, admitiendo la conservación del brazo mecánico, se verifica:

$$\left. \begin{aligned} M &= C \cdot z \\ M + dM &= (C + dC) \cdot z \end{aligned} \right\} \Rightarrow dM = dC \cdot z$$

y por lo tanto:

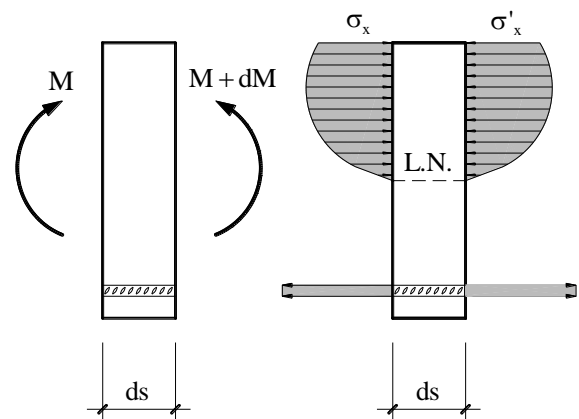


Fig. 2-11

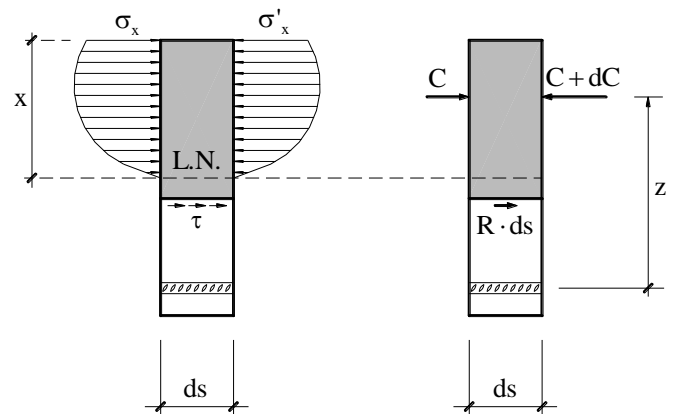


Fig. 2-12

$$dC = \frac{dM}{z} \quad [2-16]$$

y sustituyendo [2-16] en [2-15] se obtiene:

$$R = \frac{\frac{dM}{ds}}{\frac{z}{ds}} \Rightarrow R = \frac{V}{z} \quad [2-17]$$

que se mantiene constantes por debajo de la línea neutra.

Por último las tensiones tangenciales serán:

$$\tau = \frac{V}{z \cdot b}$$

que para secciones rectangulares, donde el ancho es constante, también se mantienen constantes por debajo de la línea neutra.

3. ANALOGÍA DE LA CELOSÍA DE RITTER-MÖRSCH

Como se ha visto en el apartado anterior, la existencia de un esfuerzo cortante lleva consigo la inclinación de las tensiones principales, y por lo tanto la inclinación de las fisuras. Para que la pieza resista esta sollicitación³ y limitar el ancho de estas fisuras, es necesario introducir armadura transversal. En principio, la forma más lógica de introducir estas armaduras transversales sería en la dirección perpendicular a las fisuras, es decir, según la inclinación de las direcciones principales de tracción, que como hemos visto, en teoría formarían un ángulo de 45° con la directriz de la pieza, tal como se muestra en la Fig. 3-1.

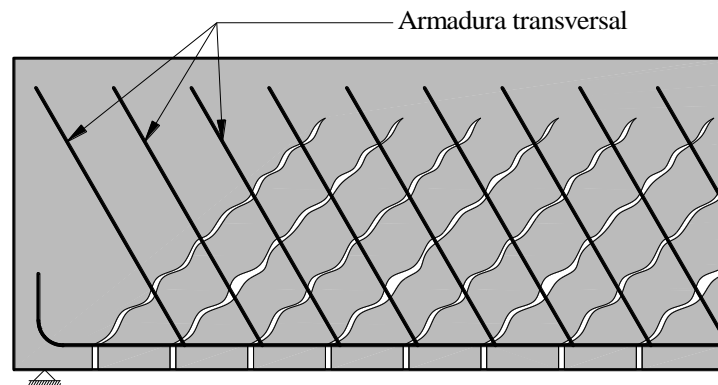


Fig. 3-1

En la práctica esta disposición no suele ser la más interesante, fundamentalmente por las dificultades constructivas que conlleva este armado, y porque esa inclinación sólo sería válida para un determinado signo del cortante, de tal forma que en las vigas la inclinación sería distinta en cada uno de sus extremos, con el consiguiente riesgo de invertir las inclinaciones en la fase de ejecución. Por lo tanto, la disposición más adecuada en la práctica corresponde con la armadura transversal a 90°, es decir, dispuesta perpendicularmente a la directriz de la pieza, tal y como se muestra en la Fig. 3-2.

³ Como hemos visto en el apartado anterior, una pieza sin armadura transversal es capaz de absorber esfuerzos cortantes, aunque pequeños.

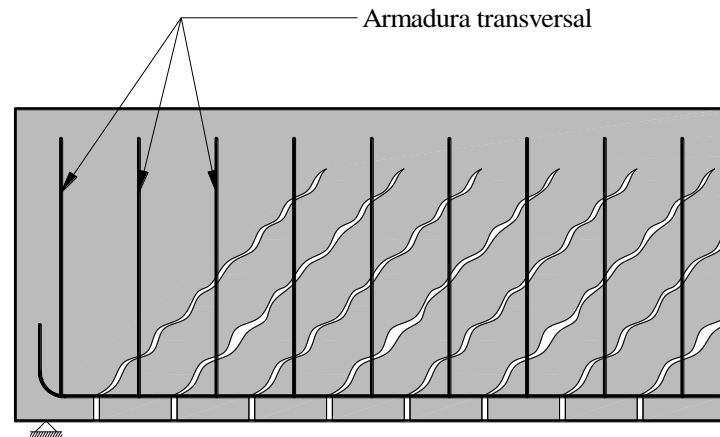


Fig. 3-2

La pieza armada transversalmente resiste los esfuerzos cortantes estableciéndose en su interior un mecanismo resistente a modo de celosía, como se muestra en las Figuras 3-3 y 3-4, correspondientes a los modelos con armadura transversal inclinada (celosía tipo Warren) y armadura transversal a 90° (celosía tipo Prat).

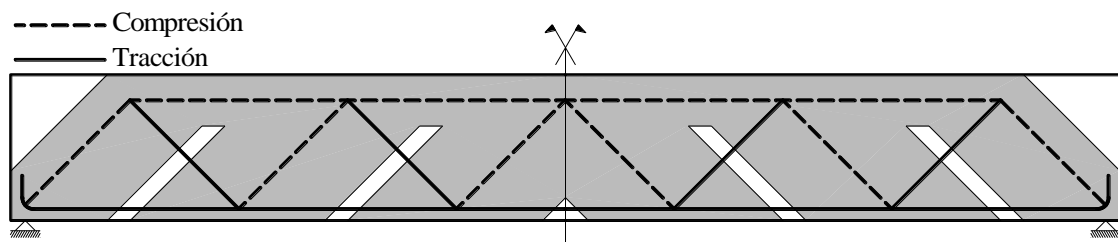


Fig. 3-3. Modelo de celosía tipo Warren

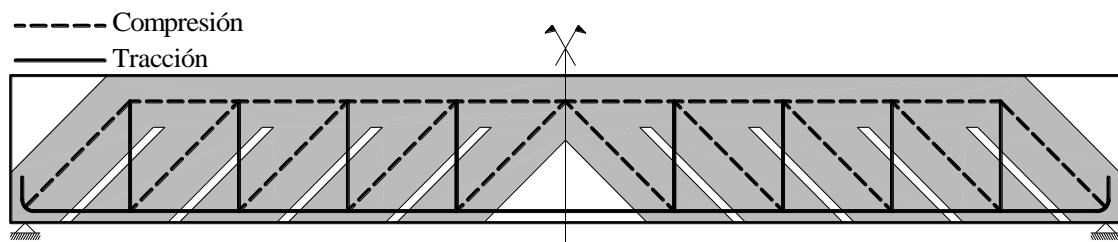


Fig. 3-4. Modelo de celosía tipo Prat

Estos mecanismos resistentes (celosías) estarían formados por:

- Un cordón superior comprimido que se establece a través del hormigón.
- Un cordón inferior en tracción que lo constituye la armadura longitudinal de tracción.
- Unas bielas de compresión (diagonales) que se establecen a través del hormigón del alma.
- Unas diagonales (en la celosía tipo Warren) o montantes (en la celosía tipo Prat) en tracción que las constituyen las armaduras transversales.

En los dos modelos de las figuras 3-3 y 3-4 se han representado las diagonales y montantes de forma discreta, formados por barras lineales. La realidad es la representada en las figuras 3-1 y 3-2, donde las bielas de compresión se distribuyen de forma continua en el alma de la pieza y las diagonales en tracción en forma de un conjunto de armaduras situadas en un mismo plano transversal, distribuyéndose éstos a lo largo de la directriz de la pieza. Además, para que estos mecanismos

funcionen adecuadamente, las armaduras transversales deben estar adecuadamente ancladas a ambos cordones (superior e inferior).

En lo que sigue vamos a admitir que el hormigón se encuentra fisurado y que las fisuras abiertas en la zona de tracciones forman un ángulo θ con la directriz de la pieza. Además la armadura transversal se dispone también con un ángulo genérico α con respecto la directriz de la pieza.

3.1 Cortante resistido por la armadura transversal

Si para la sección A-A, solicitada por el cortante V_d , estudiamos el equilibrio del trozo de viga limitado por la propia sección A-A y un plano quebrado a-a que no intercepta ninguna biela de compresión, es decir, atraviesa el alma de la pieza con la dirección de las fisuras, vemos que este cortante es absorbido por el hormigón y por la armadura transversal que atraviesa el plano a-a. Al cortante absorbido por el hormigón lo denotaremos como V_{cu} , y posteriormente veremos los factores de los que depende. El cortante absorbido por la armadura transversal lo denotaremos como V_{su} . Por lo

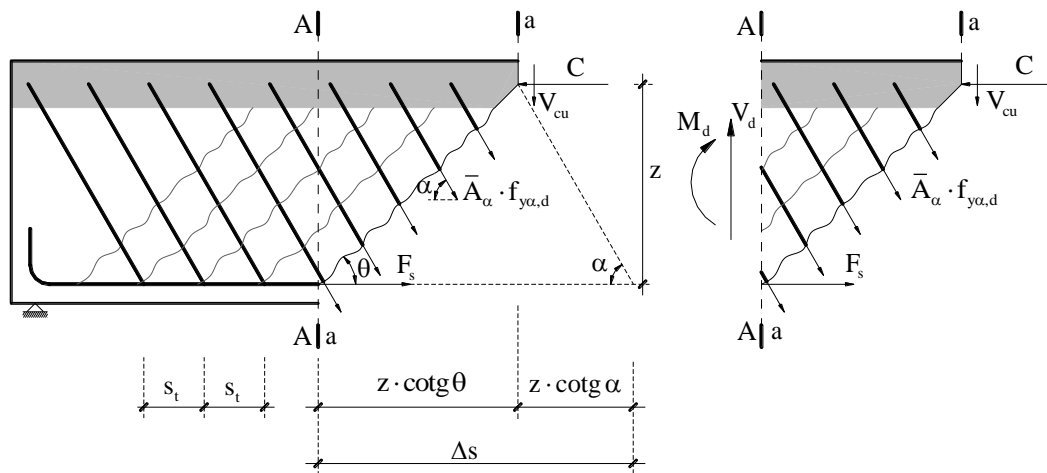


Fig. 3-5

tanto el cortante en la sección A-A, se equilibra de la forma:

$$V_d = V_{cu} + V_{su} \quad [3.1-1]$$

El cortante absorbido por la armadura transversal será:

$$V_{su} = n \cdot \bar{A}_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \sen \alpha \quad [3.1-2]$$

donde:

\bar{A}_α : La sección de la armadura transversal que se proyecta en un mismo plano inclinado un ángulo α

n : nº de planos de armaduras transversales que atraviesan la fisura.

$f_{y\alpha,d}$: Resistencia de cálculo⁴ de la armadura transversal inclinada un ángulo α .

Si s_t es la separación de la armadura transversal en la dirección de la pieza, el número de planos transversales que atraviesan la fisura es:

⁴ Estamos considerando que la tensión en las armaduras transversales es su resistencia de cálculo, lo cual implica que estas armaduras se han deformado lo suficiente como para alcanzar dicha resistencia. Se ha comprobado experimentalmente que en la situación de prerrotura que estamos estudiando, donde la pieza se encuentra fuertemente fisurada, esto es cierto, al menos, para los aceros B 400S. No obstante, como veremos más tarde, para los aceros B 500S, si como es habitual en este estado límite, no se estudian las condiciones de compatibilidad, debe limitarse la resistencia de cálculo de estos aceros a $f_{y\alpha,d} \leq 400 \frac{N}{mm^2}$ con objeto de limitar la fisuración en servicio de la pieza.

$$n = \frac{\Delta s}{s_t} = \frac{z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta)}{s_t} \quad [3.1-3]$$

donde z es el brazo mecánico. Sustituyendo [3.1-3] en [3.1-2] queda:

$$V_{su} = z \cdot \frac{\bar{A}_\alpha}{s_t} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \sen \alpha \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad [3.1-4]$$

Si llamamos $A_\alpha = \frac{\bar{A}_\alpha}{s_t}$, que representa la armadura transversal por unidad de longitud, el cortante absorbido por la armadura transversal queda finalmente como:

$$V_{su} = z \cdot A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \sen \alpha \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad [3.1-5]$$

En la Tabla 3.1-1 se indican los valores de los cortantes resistidos por la armadura transversal colocada, bien estribos verticales, estribos inclinados o barras levantadas.

Tipo de armadura transversal	α	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 30^\circ$
Estribos verticales	90°	$\frac{z}{s_t} A_{90} \cdot f_{y90,d}$	$1,73 \frac{z}{s_t} A_{90} \cdot f_{y90,d}$
Estribos inclinados	60°	$1,37 \frac{z}{s_t} A_{60} \cdot f_{y60,d}$	$2,00 \frac{z}{s_t} A_{60} \cdot f_{y60,d}$
Barras levantadas	45°	$\sqrt{2} \frac{z}{s_t} A_{45} \cdot f_{y45,d}$	$1,93 \frac{z}{s_t} A_{45} \cdot f_{y45,d}$

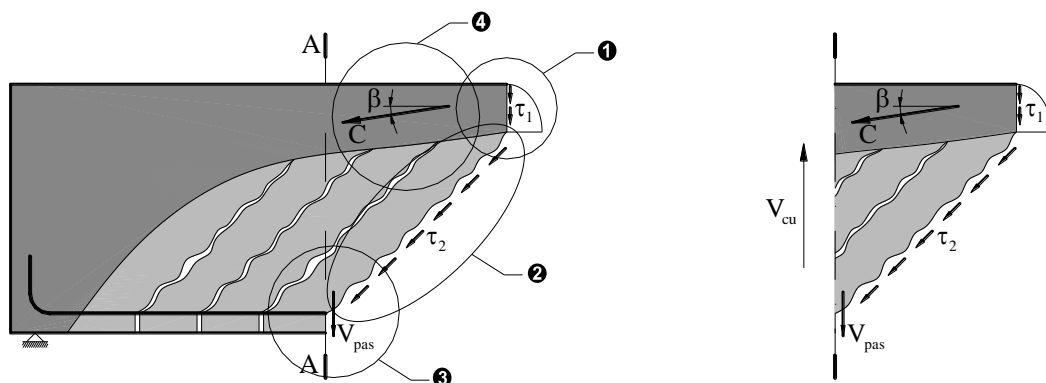
Tabla 3.1-1

Se puede observar que se aprovecha mejor la armadura cuando ésta se coloca perpendicularmente a las fisuras. Si el ángulo θ formado por las fisuras disminuye, aumenta considerablemente el esfuerzo cortante resistido por los estribos y las barras levantadas, especialmente en el caso de los estribos.

3.2 Cortante absorbido por el hormigón

Si en la pieza estudiada anteriormente no disponemos armadura transversal, el cortante resistido en la sección A-A será el resistido íntegramente por el hormigón, que hemos denotado por V_{cu} al igual que lo hace la Instrucción EHE, pero en cuyo término se incluyen todas aquellas resistencias distintas de las que aporta la propia armadura transversal.

Experimentalmente se comprueba que la contribución del hormigón a la resistencia al esfuerzo cortante es función de:



❶ Resistencia a corte de la cabeza comprimida.

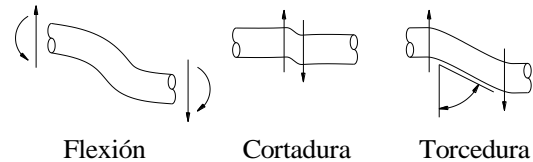
Como se ha visto en el apartado 2.3, el hormigón por encima de la línea neutra (cabeza comprimida) soporta una distribución de tensiones tangenciales (τ) que ayuda a absorber cortantes

② Efecto de encajamiento de áridos.

Las fisuras de las piezas de hormigón son superficies rugosas e irregulares, fundamentalmente porque los áridos que son atravesados por estas fisuras no llegan a fracturarse sino que permanecen a ambos lados de la fisura. Cuando los labios de las fisuras intentan deslizar uno sobre el otro se produce una especie de rozamiento que también ayuda a absorber cortantes.

③ Efecto pasador.

Cuando la armadura longitudinal atraviesa una fisura y se produce un movimiento relativo en la dirección de esta fisura, la resistencia transversal de la armadura absorbe un cortante V_{pas} . Esta resistencia transversal es debida a tres mecanismos: flexión, cortadura y torcedura. Este efecto pasador, que se ha representado únicamente para la armadura longitudinal de tracción, también está presente en la armadura longitudinal de compresión y en la armadura transversal, y también se incluye dentro del término V_{cu} .



④ Efecto arco

En el apartado 2.3, para deducir la distribución de tensiones tangenciales sobre la sección bajo la actuación de un esfuerzo cortante, se supuso que el brazo mecánico, z , se mantenía constante a lo largo de la directriz de la pieza. Esta hipótesis no es cierta, sino que éste varía, disminuyendo conforme nos acercamos a los apoyos. Esta variación del brazo mecánico hace que las compresiones de la cabeza comprimida se inclinen, de tal forma que la componente vertical de estas compresiones ayudan a absorber cortantes.

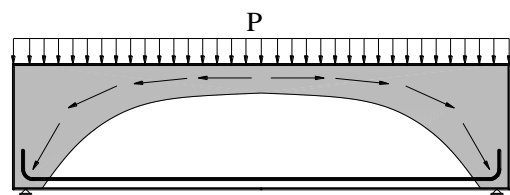
Si en la ecuación de equilibrio de la rebanada, $V = \frac{dM}{ds}$, sustituimos el momento flector por

$M = C \cdot z$, y derivamos obtenemos:

$$V = \frac{d(C \cdot z)}{ds} = \underbrace{\frac{dC}{ds} z}_{\text{Efecto viga}} + \underbrace{C \frac{dz}{ds}}_{\text{Efecto arco}}$$

Es decir, existen dos formas de resistir el cortante por la viga:

- ❑ Efecto viga. El brazo mecánico se mantiene constante y la resistencia al esfuerzo cortante se obtiene por incremento de las compresiones en la cabeza comprimida, o lo que es lo mismo, por incremento de tracciones en la armadura longitudinal.
- ❑ Efecto arco. Las compresiones se mantienen constantes siendo el brazo mecánico de éstas lo que varía. Los incrementos de momentos se obtienen incrementando el brazo mecánico, siendo el mecanismo resistente como el de un arco atirantado, donde el tirante es la armadura longitudinal de tracción.



La dificultad de determinar de forma teórica la contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante, teniendo en cuenta todos estos factores, hace que finalmente se recurra a la experimentación como veremos en el apartado 4.2.

3.3 Compresión oblicua del hormigón del alma

El mecanismo resistente de la celosía de Ritter-Mörsch da lugar a tensiones de compresión en las bielas de hormigón, pudiendo producirse su rotura por aplastamiento si aquellas son excesivamente elevadas.

Para estudiar las tensiones que se producen en estas bielas consideramos la sección b-b de la viga, paralela a la dirección de la armadura transversal.

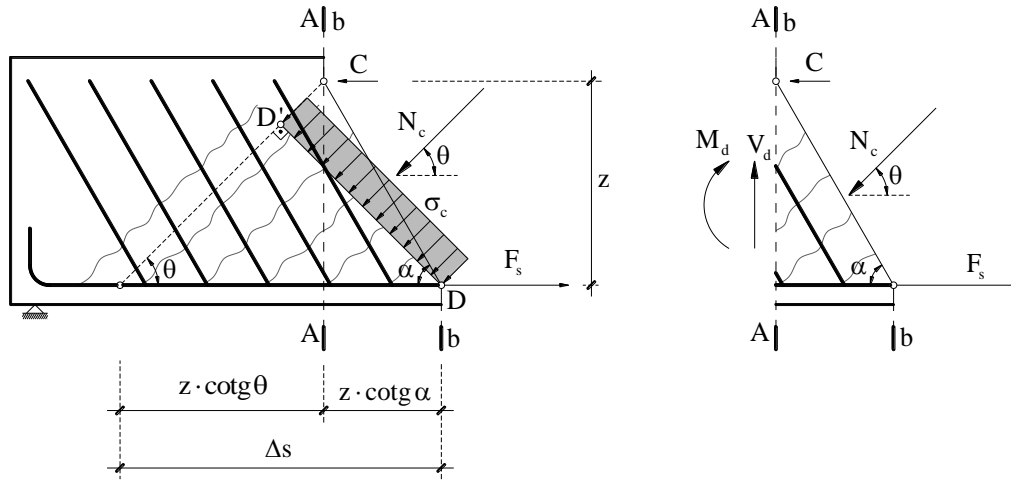


Fig. 3-6

La resultante de las compresiones en las bielas de hormigón será:

$$N_c = \sigma_c \cdot \overline{DD'} \cdot b \quad [3.3-1]$$

donde σ_c es la tensión media de compresión.

$$\left. \begin{aligned} \overline{DD'} &= \Delta s \cdot \sin \theta \\ \Delta s &= z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \end{aligned} \right\} \Rightarrow N_c = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \sin \theta \quad [3.3-2]$$

El cortante total se obtiene proyectando verticalmente la resultante N_c :

$$V_d = N_c \cdot \sin \theta \quad [3.3-3]$$

y sustituyendo [3.3-2] en [3.3-3] queda:

$$V_d = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sin^2 \theta$$

que se puede poner de la forma:

$$V_d = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \frac{\cotg \theta + \cotg \alpha}{1 + \cotg^2 \theta} \quad [3.3-4]$$

3.4 Decalaje de la ley de esfuerzos

Del modelo de celosía, en los apartados anteriores, hemos determinado la contribución de los elementos del alma, bielas de compresión y armadura transversal. Para que este mecanismo funcione es necesario además que los dos cordones, el superior de compresión y el inferior de tracción, trabajen conjuntamente con los anteriores.

Para determinar la fuerza que debe soportar la armadura longitudinal de tracción en la sección A-A estudiamos de nuevo el equilibrio de la porción de pieza comprendida entre esta sección y la sección quebrada a-a. Si consideramos que la armadura transversal se distribuye uniformemente a lo largo de la fisura, su resultante de esfuerzos actuará en el punto medio de la misma, siendo la componente vertical de este esfuerzo V_{su} y la componente horizontal $V_{su} \cdot \cotg \alpha$, tal como se muestra en la Fig. 3-7.

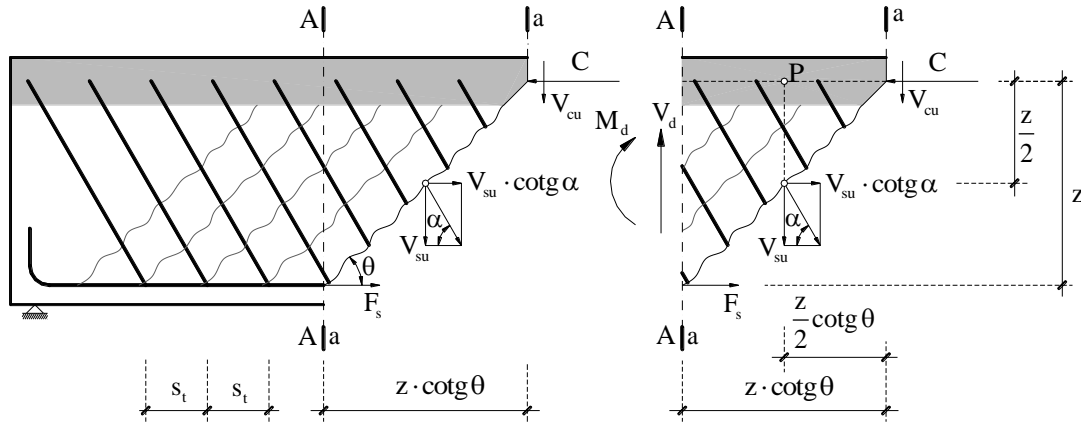


Fig. 3-7

Planteando el equilibrio de momentos respecto al punto P, se tiene:

$$\sum M_P = 0 \Rightarrow F_s \cdot z + V_{su} \cdot \cotg \alpha \frac{z}{2} - V_{cu} \frac{z}{2} \cotg \theta - V_d \frac{z}{2} \cotg \theta - M_d = 0 \quad [3.4-1]$$

como:

$$V_d = V_{cu} + V_{su} \Rightarrow V_{cu} = V_d - V_{su} \quad [3.4-2]$$

sustituyendo [3.4-2] en [3.4-1] se tiene:

$$\begin{aligned} F_s \cdot z + V_{su} \cdot \cotg \alpha \frac{z}{2} - (V_d - V_{su}) \frac{z}{2} \cotg \theta - V_d \frac{z}{2} \cotg \theta - M_d &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_s \cdot z - V_d \cdot z \cdot \cotg \theta + V_{su} \frac{z}{2} (\cotg \alpha + \cotg \theta) - M_d &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_s = \frac{M_d}{z} + V_d \cdot \cotg \theta - \frac{V_{su}}{2} (\cotg \alpha + \cotg \theta) &\quad [3.4-3] \end{aligned}$$

Si comparamos este esfuerzo con el que se produciría en la misma sección si únicamente existiese el momento flector:

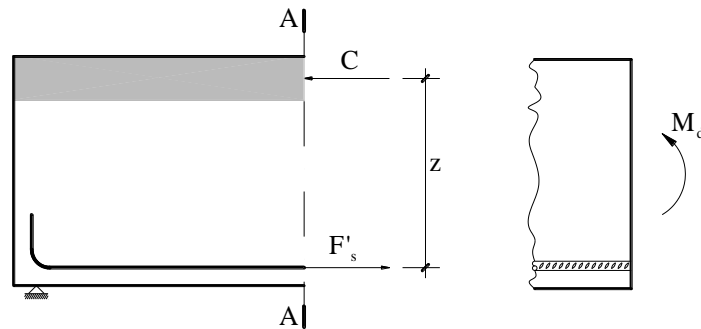


Fig. 3-8

$$F'_s = \frac{M_d}{z}$$

resulta que debido a la fisuración oblicua, consecuencia de la existencia del esfuerzo cortante, se produce en las armaduras longitudinales de tracción un incremento de tracciones de valor:

$$\Delta T = V_d \cdot \cotg \theta - \frac{V_{su}}{2} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad [3.4-4]$$

Como consecuencia de esto, el cálculo de esta armadura, que hasta ahora ha sido función únicamente de las solicitaciones normales (flectores y axiles), se hace también función del esfuerzo cortante. No obstante, se puede comprobar que el esfuerzo de tracción en la sección A-A, F_s , es el mismo que el que tiene la armadura en la sección B-B, separada de la anterior, en el sentido en que aumentan los momentos flectores, una distancia igual a:

$$s_d = z \cdot \left(\cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_d} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \right) \quad [3.4-5]$$

cuando este esfuerzo se calcula únicamente teniendo en cuenta las solicitaciones normales.

Efectivamente, el momento flector que existe en esta sección B-B es, tomando momentos en el punto Q (ver Fig. 3-9.a):

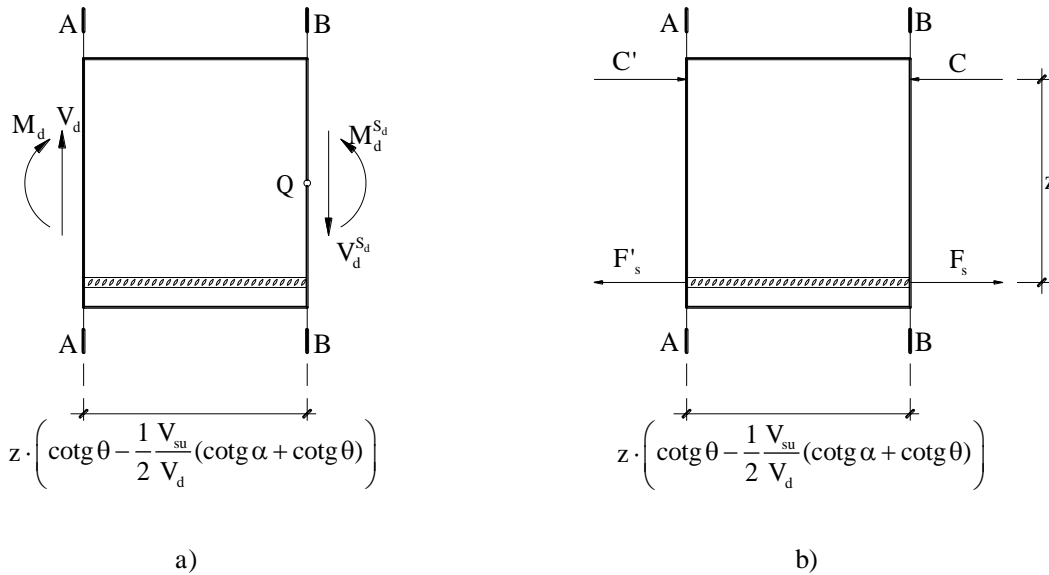


Fig. 3-9

$$\begin{aligned} \sum M_Q = 0 &\Rightarrow M_d^s_d - M_d - V_d \cdot z \cdot \left(\cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_d} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \right) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow M_d^s_d &= M_d + V_d \cdot z \cdot \left(\cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_d} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \right) \end{aligned}$$

y por lo tanto la tracción que se produce en la armadura en la sección B-B, considerando únicamente el efecto del momento flector (en general las solicitaciones normales) es:

$$F_s = \frac{M_d^s_d}{z} \Rightarrow F_s = \frac{M_d}{z} + V_d \cdot \cotg \theta - \frac{1}{2} V_{su} \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta)$$

que coincide con la deducida en [3.4-3]. Por lo tanto, si las armaduras longitudinales las calculamos con los flectores que existen no en sus secciones sino en otras separadas de las anteriores una distancia igual s_d , en el sentido en que crecen los momentos flectores, podemos desacoplar el cálculo de esta armadura del esfuerzo cortante. Esto es equivalente a desplazar las leyes (en general envolventes) de momentos flectores una distancia igual a s_d , en el sentido más desfavorable (Fig. 3-10). A este desplazamiento de las leyes se le denomina decalaje de las leyes de esfuerzos.

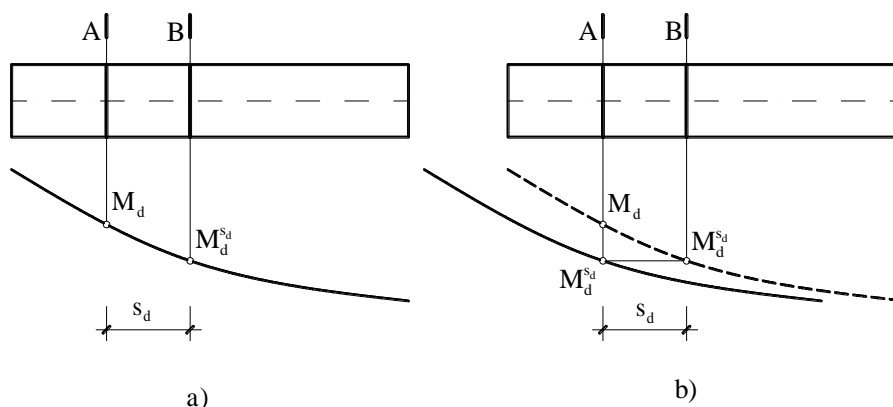


Fig. 3-10

El valor del desplazamiento de las leyes de momentos flectores se puede poner, admitiendo que $z = 0,9 \cdot d$, de la forma:

$$s_d = 0,9 \cdot \left(\cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_d} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \right) \cdot d \Leftrightarrow s_d = k \cdot d$$

donde el valor de k se ha tabulado en la Tabla 3.4-2. Como puede observarse la traslación es más importante cuanto menor es el cortante absorbido por la armadura transversal, es decir, cuanto menos importante es esta armadura en la resistencia a cortante de la pieza⁵, cuanto mayor sea el ángulo α de la armadura transversal y cuanto menor sea la inclinación de las fisuras. No obstante para $\theta = 45^\circ$ la traslación siempre es menor que el canto útil de la pieza.

		$\frac{V_{su}}{V_d}$				
	α	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$\theta = 30^\circ$	45°	1,56	1,25	0,94	0,64	0,33
	60°	1,56	1,30	1,04	0,78	0,52
	90°	1,56	1,36	1,17	0,97	0,78
$\theta = 45^\circ$	45°	0,90	0,68	0,45	0,23	0,00
	60°	0,90	0,72	0,55	0,37	0,19
	90°	0,90	0,79	0,68	0,56	0,45

Tabla 3.4-2

Tabla 3.4-2

4. CORTANTE SEGÚN EHE. ELEMENTOS LINEALES, PLACAS Y LOSAS.

El Estado Límite Último de agotamiento por esfuerzo cortante puede alcanzarse, ya sea por agotarse la resistencia a compresión oblicua del alma, o por agotarse su resistencia a tracción. En consecuencia, es necesario comprobar que se cumplen simultáneamente:

$$V_d \leq V_{u1}$$

$$V_d \leq V_{u2}$$

⁵ el límite $\frac{V_{su}}{V_d} = 0$, sucede cuando todo el cortante es absorbido por el hormigón ($V_d = V_{cu}$) y el límite $\frac{V_{su}}{V_d} = 1$

cuando todo el cortante es absorbido por la armadura transversal ($V_d = V_{su}$)

donde:

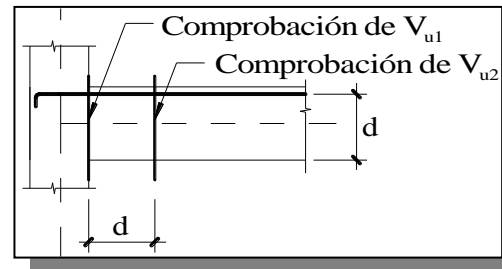
V_d Esfuerzo cortante de cálculo.

V_{u1} Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma.

V_{u2} Esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma.

La comprobación del agotamiento por compresión oblicua en el alma $V_d \leq V_{u1}$ se efectúa en el borde del apoyo y no en su eje. Esta comprobación no es necesaria hacerla en las piezas sin armadura de cortante.

La comprobación correspondiente al agotamiento por tracción en el alma $V_d \leq V_{u2}$ se efectúa para una sección situada a una distancia de un canto útil del apoyo directo.



4.1 Obtención de V_{u1}

Del modelo de celosía obtuvimos, en el apartado 3.3, el cortante que provocaba una tensión σ_c en las bielas de compresión:

$$V_d = \sigma_c \cdot b \cdot z \frac{\cotg \theta + \cotg \alpha}{1 + \cotg^2 \theta}$$

Si en esta expresión introducimos la máxima tensión de compresión que es capaz de soportar dichas bielas, f_{lcd} , e introducimos un término corrector, K , para tener en cuenta la existencia del esfuerzo axil que no se ha sido considerado en el modelo, obtenemos el cortante que provoca el agotamiento por compresión oblicua del alma:

$$V_{u1} = K \cdot f_{lcd} \cdot b_0 \cdot d \frac{\cotg \theta + \cotg \alpha}{1 + \cotg^2 \theta}$$

donde:

□ K : Coeficiente de reducción por efecto del esfuerzo axil:⁶

$K = 1,00$ Para estructuras sin pretensado o sin esfuerzo axil de compresión

$K = 1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}$ para $0 < \sigma'_{cd} \leq 0,25f_{cd}$

$K = 1,25$ para $0,25f_{cd} < \sigma'_{cd} \leq 0,50f_{cd}$

$K = 2,5 \left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right)$ para $0,50f_{cd} < \sigma'_{cd} \leq 1,00f_{cd}$

σ'_{cd} tensión efectiva en la sección (positiva si es de tracción): $\sigma'_{cd} = \frac{N_d - A_s \cdot f_{yd}}{A_c}$

N_d Esfuerzo axil de cálculo (positivo si es de tracción).

A_c Área total de la sección de hormigón.

A_s : Área total de armadura comprimida

⁶ Este coeficiente ha sido determinado experimentalmente. Para que sea inferior a la unidad,

$K = 2,5 \left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \right) < 1$, el axil tiene que ser (despreciando la influencia de la armadura comprimida):

$$\frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} > \frac{3}{5}$$

Para los pilares de edificación con dimensiones y solicitaciones habituales puede adoptarse un coeficiente de $K = 1$.

- f_{1cd} : Resistencia a compresión del hormigón, de valor:
 $f_{1cd} = 0,60 \cdot f_{cd}$ ⁷ para $f_{ck} \leq 60$ MPa
 $f_{1cd} = (0,90 - f_{ck}/200) f_{cd} \geq 0,50 \cdot f_{cd}$ para $f_{ck} > 60$ MPa
- b_0 : Anchura neta mínima (descontando los huecos, si los hay) del elemento, en una altura igual a los tres cuartos del canto útil contados a partir de la armadura de tracción.

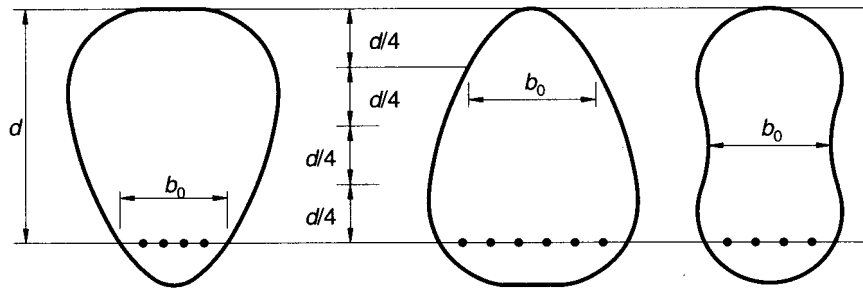


Fig. 4-1

- d : Canto útil de la sección
- α : Ángulo de inclinación de las armaduras transversales con el eje de la pieza.
 Cuando existen varios grupos de armaduras transversales con distinta inclinación:

$$\cotg \alpha = \frac{\sum A_i \cdot \cotg \alpha_i}{\sum A_i}$$

donde A_i es la sección por unidad de longitud de las armaduras que forman un ángulo α_i con el eje de la pieza.

- θ : Ángulo entre las bielas de compresión de hormigón y el eje de la pieza. Se adopta un valor que cumpla: $0,5 \leq \cotg \theta \leq 2,0$ ⁸

En hormigón armado es usual tomar $\theta = 45^\circ$

Para el caso habitual de que se adopten los valores $\alpha = 90^\circ$ y $\theta = 45^\circ$, la expresión del cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma queda:

$$V_{u1} = 0,30 \cdot f_{cd} \cdot b_0 \cdot d$$

4.2 Obtención de V_{u2} .

Para determinar el esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma, pueden presentarse dos situaciones:

4.2.1 Piezas sin fisurar

La resistencia al agotamiento por tracción en el alma viene dada por:

$$V_{u2} = \frac{I \cdot b_0}{S} \sqrt{(f_{ct,d})^2 + \alpha_1 \sigma'_{cd} f_{ct,d}}$$

que para hormigón armado se reduce a:

$$V_{u2} = \frac{I \cdot b_0}{S} f_{ct,d}$$

⁷ La disminución de la resistencia a compresión del hormigón de las bielas por el coeficiente 0,6, es debida a la existencia de tracciones en dirección perpendicular a las compresiones, que son transmitidas por las armaduras transversales, y que provocan un estado biaxial de tensiones.

⁸ Esta condición es equivalente a $27^\circ \leq \theta \leq 63^\circ \Leftrightarrow \theta = 45^\circ \pm 18^\circ$

4.2.2 Piezas sin armadura de corte

Para placas y losas, sin armaduras transversales, el esfuerzo de agotamiento por tracción en el alma vale:

$$V_{u2} = \left[\underbrace{\frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_\ell \cdot f_{cv})^{1/3}}_{\geq \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{3/2} \cdot f_{cv}^{1/2}} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] b_0 \cdot d^9$$

donde además de las variables comentadas en el apartado anterior, se define:

□ $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ con d en mm.

□ ρ_ℓ : Cuantía geométrica de la armadura longitudinal de tracción anclada¹⁰ a una distancia igual o mayor que d a partir de la sección de estudio:

$$\rho_\ell = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} \not\geq 0,02$$

□ f_{cv} : resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm² de valor $f_{cv} = f_{ck}$ con f_{ck} no mayor de 15 N/mm² en el caso de control indirecto de la resistencia del hormigón ($f_{ck} \leq 60$ N/mm²)

□ σ'_{cd} : Tensión axial media en el alma de la sección (compresión positiva)

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0,3f_{cd} \not\geq 12 \text{ MPa}$$

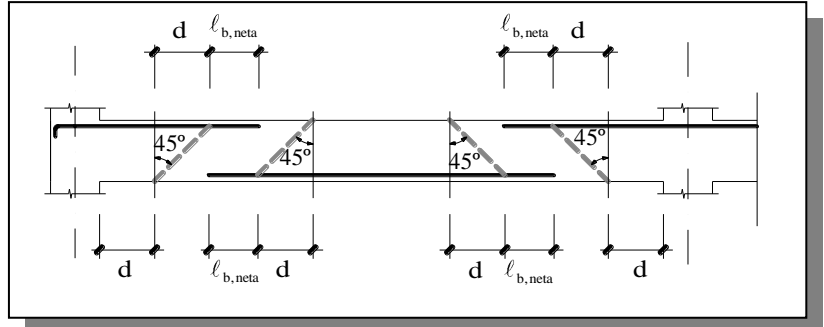


Fig. 4-2

4.2.3 Piezas con armadura de cortante

En este caso, el esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma será:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

donde:

V_{cu} contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante.

V_{su} contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante.

4.2.3.1 Cálculo de V_{cu}

$$V_{u2} = \left[\frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_\ell \cdot f_{cv})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \beta \cdot b_0 \cdot d \not\geq \left[\frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{2/3} \cdot f_{cv}^{1/2} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] b_0 \cdot d^{11}$$

donde todos los parámetros son ya conocidos menos β , cuyo valor es:

$$\beta = \frac{2 \cdot \cotg \theta - 1}{2 \cdot \cotg \theta_e - 1} \quad \text{si } 0,5 \leq \cotg \theta \leq \cotg \theta_e$$

$$\beta = \frac{\cotg \theta - 2}{\cotg \theta_e - 2} \quad \text{si } \cotg \theta_e \leq \cotg \theta \leq 2,0$$

⁹ Este cortante corresponde a la contribución del hormigón a la resistencia del esfuerzo cortante, V_{cu} , y como se comentó en el apartado 3.2 su expresión a sido deducida vía experimental, haciendo intervenir los factores comentados en ese mismo apartado.

¹⁰ Como veremos en el tema 18, donde trataremos el tema del anclaje, para realizar éste tenemos que prolongar la armadura una longitud, $\ell_{b,neto}$, que entre otros factores es función del tipo de anclaje.

¹¹ De nuevo este cortante se ha deducido vía experimental.

θ_e : Ángulo de referencia de inclinación de las fisuras deducido de la expresión:

$$\cotg \theta_e = \frac{\sqrt{f_{ct,m}^2 - f_{ct,m} \cdot (\sigma_{xd} + \sigma_{yd}) + \sigma_{xd} \cdot \sigma_{yd}}}{f_{ct,m} - \sigma_{yd}} \begin{cases} \not\geq 0.5 \\ \not\geq 2.0 \end{cases}$$

$f_{ct,m}$: Resistencia media a tracción del hormigón considerada como positiva, cuyo valor es $f_{ct,m} = 0,30 \sqrt{f_{ck}^2}$ (ambas resistencias en N/mm^2).

σ_{xd}, σ_{yd} : Tensiones normales de cálculo, a nivel del centro de gravedad de la sección, paralela a la directriz de la pieza y al esfuerzo cortante V_d respectivamente. Éstas se obtendrán a partir de las acciones de cálculo de acuerdo con la Teoría de la Elasticidad y en el supuesto de hormigón no fisurado y considerando positivas las tensiones de tracción.

En el caso habitual de que $\sigma_{yd} = 0$, la expresión de $\cotg \theta_e$ será:

$$\cotg \theta_e = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{xd}}{f_{ct,m}}}$$

En hormigón armado puede tomarse $\beta = 1$

4.2.3.2 Cálculo de V_{su}

La expresión del cortante absorbido por la armadura transversal fue deducida en el modelo de celosía en el apartado 3.1. La Instrucción EHE generaliza aquella expresión para el caso de que existan varios grupos de armaduras transversales, cada uno con una inclinación α :

$$V_{su} = \sum z \cdot A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \sen \alpha \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta)$$

donde:

- z : Brazo mecánico, para el cual se podrá tomar $z = 0,9 \cdot d$
- A_α : Área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que forman un ángulo α con la directriz de la pieza:

$$A_\alpha = \frac{\bar{A}_\alpha}{s_t} = \frac{n \cdot A_{rama}}{s_t}$$

donde:

- \bar{A}_α : La sección de acero que se proyecta en un mismo plano transversal inclinado α grados con respecto a la directriz de la pieza y en el mismo sentido que las tensiones principales de tracción.
- n : nº de ramas del estribo ó numero de barras que se levantan simultáneamente
- A_{rama} : Área de una rama del estribo o de una barra levantada.
- s_t : Separación de la armadura transversal en la dirección de la directriz.
- $f_{y\alpha,d}$: Resistencia de cálculo del acero de la armadura transversal con: $f_{y\alpha,d} \not\geq 400 \frac{N}{mm^2}$

Para $\theta = 45^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$ queda: $V_{su} = 0,9 \cdot d \cdot A_{90} \cdot f_{y90,d}$

4.3 Interacción cortante-flector

Las armaduras longitudinales de tracción deberán ser capaces de soportar un incremento de tracción respecto a la producida por M_d , igual a:

$$\Delta T = V_d \cdot \cotg \theta - \frac{V_{su}}{2} (\cotg \theta + \cotg \alpha)$$

Esta prescripción se cumple de forma automática decalando la ley de momentos de cálculo M_d una magnitud igual a:

$$s_d = z \cdot \left(\cotg \theta - \frac{1}{2} \frac{V_{su}}{V_d} (\cotg \theta + \cotg \alpha) \right)$$

en el sentido más desfavorable, tal y como se muestra en la Fig. 4-3.

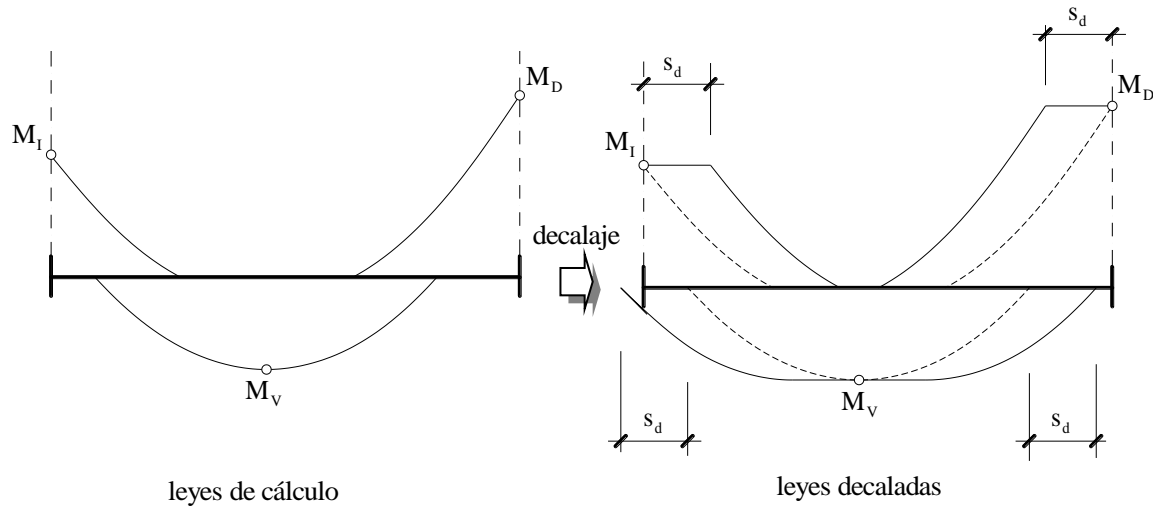


Fig. 4-3

Tomar $s_d = d$ está del lado de la seguridad para $\theta = 45^\circ$ (hormigón armado).

4.4 Disposiciones relativas de las armaduras.

La armadura transversal puede estar formada (ver Fig. 4-4) por barras levantadas y por estribos. En ambos casos esta armadura atraviesa el alma de la pieza de hormigón armado de forma paralela a las caras laterales de la misma y debe quedar adecuadamente ancladas en ambas cabezas.

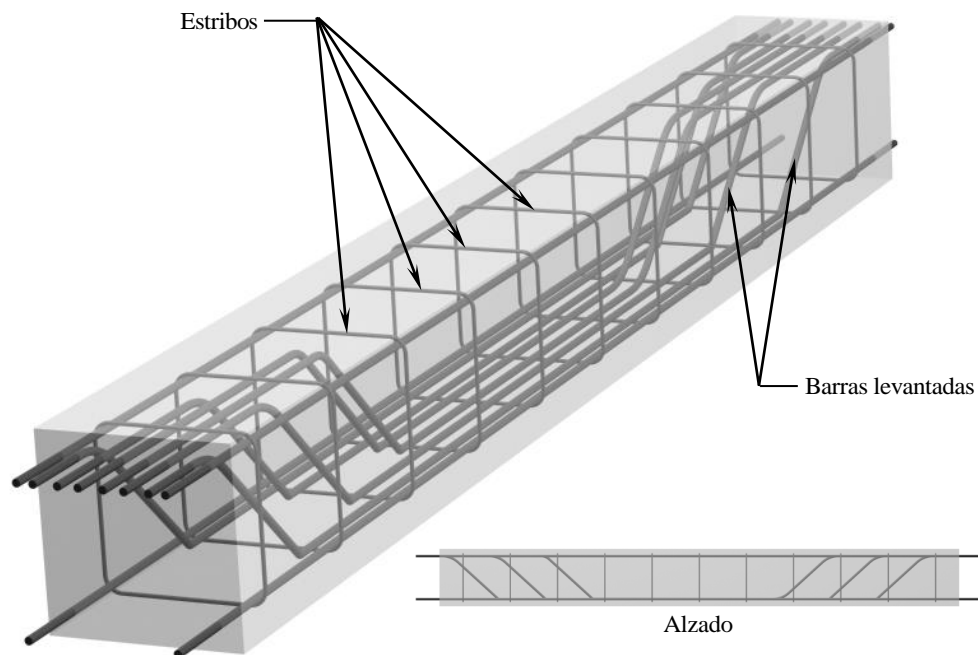


Fig. 4-4. Disposición de la armadura transversal

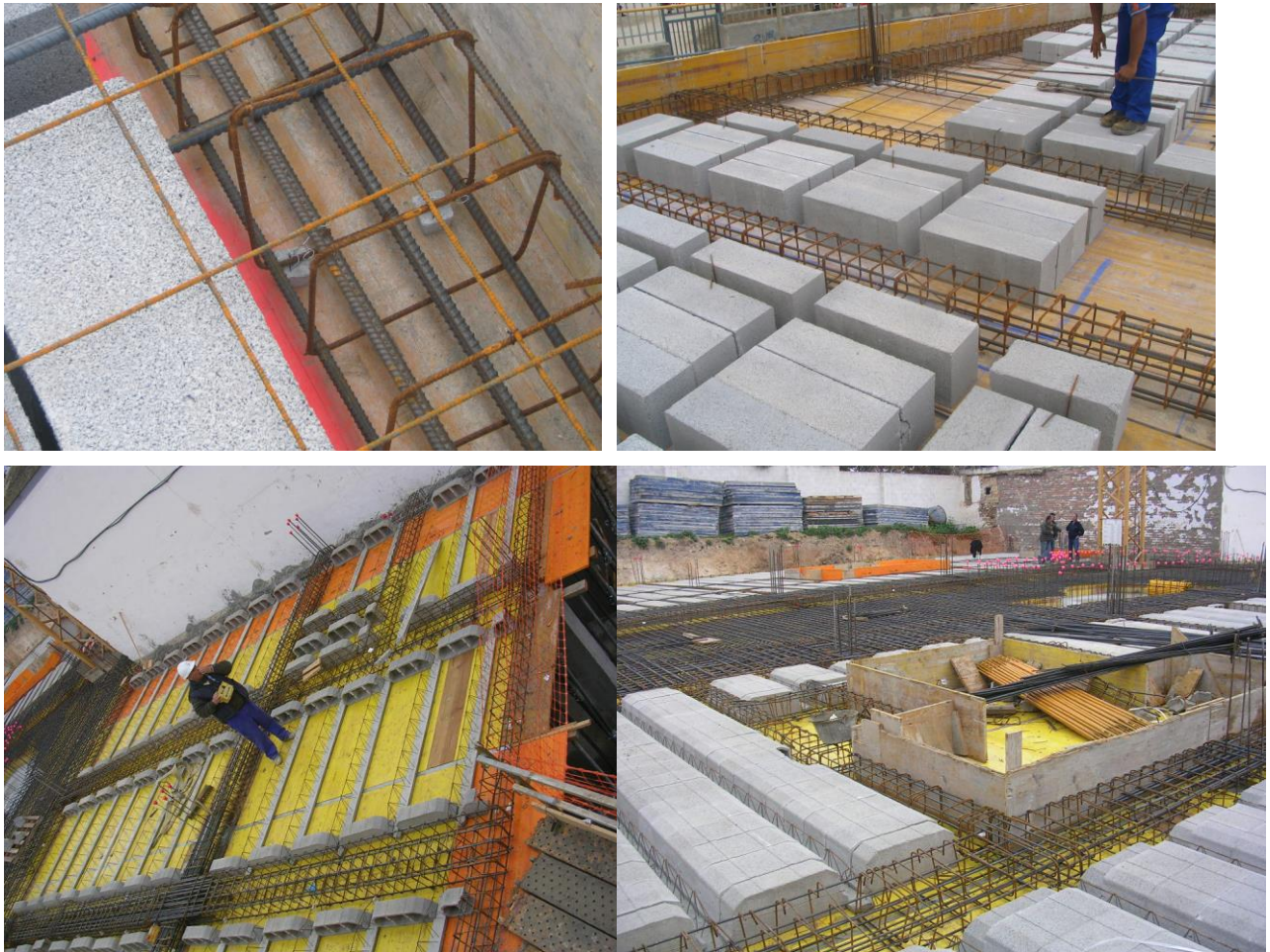


Fig. 4-5 Armadura transversal formada por cercos

□ Barras levantadas

Las barras levantadas son aquellas longitudinales de tracción, que a partir de la sección en que dejan de ser necesarias, se levantan a 45° atravesando el alma de la pieza, colaborando de esta forma a resistir el esfuerzo cortante. Este levantamiento se efectúa, a ser posible, por parejas de barras situadas simétricamente respecto del plano de simetría de la pieza.

Este sistema era muy utilizado antiguamente debido a que la cantidad de acero en tracción era grande, al emplearse aceros de menores resistencias, y a que permitía un correcto anclaje en el caso de que las barras fuesen lisas. En la actualidad no se suelen utilizar debido a la dificultad de ejecución y a la fuerte concentración de tensiones a que puede dar lugar el empleo de pocas barras de gran diámetro.

□ Estribos.

Los estribos son las armaduras que se disponen formando planos independientes, con una inclinación α respecto a la directriz de la pieza (normalmente $\alpha = 90^\circ$).

Se denomina número de ramas de un estribo, al número de barras, en la dirección del cortante, que constituyen el estribo.

Las disposiciones típicas, según el número de ramas, son las que se indican en la Fig. 4-6. En todos los casos los estribos deben rodear las armaduras longitudinales, con objeto de garantizar el anclaje de los mismos en ambas cabezas. Además, de esta forma se evita también el pandeo de las barras longitudinales comprimidas. Si estas barras fuesen necesarias por cálculo, los estribos deben cerrarse sobre todas las armaduras.

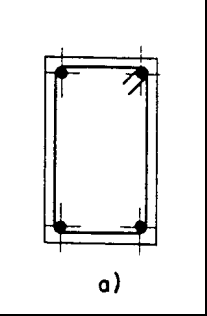
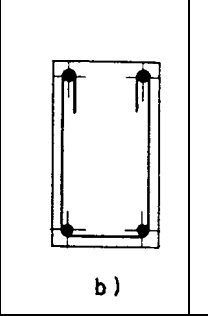
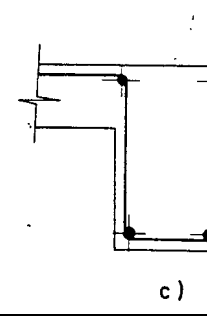
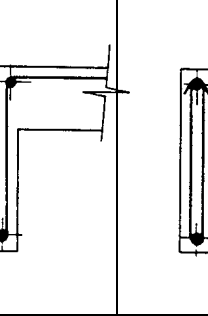
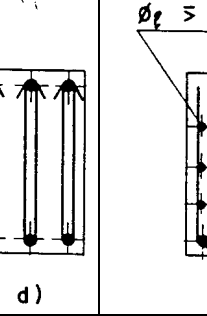
				
a)	b)	c)	d)	e)
2 ramas	2 ramas	2 ramas	6 ramas	2 ramas
Estribos cerrados o cercos	Estribos abiertos		horquillas	Mallas electrosoldadas

Fig. 4-6

El diámetro de los estribos suele estar comprendido entre los 6 y los 10 mm, pues a partir de ese diámetro resulta difícil su elaboración. Como norma general, resulta preferible colocar estribos finos y juntos que gruesos y separados, para mejorar las condiciones de adherencia y fisuración. Si resultan muy juntos, es preferible aparearlos, colocando dos en contacto, a disponer uno solo de sección doble.

- ❖ *Estribos cerrados o cercos* (Fig. 4-6-a). Su disposición es obligatoria en soportes con objeto de confinar el hormigón y evitar el pandeo de las armaduras, así como en todo aquel elemento lineal sometido a torsión (como veremos en el tema siguiente el esfuerzo torsor requiere siempre cercos). Como se ha comentado anteriormente deben disponerse por el exterior de las armaduras longitudinales.
- ❖ *Estribos abiertos* (Fig. 4-6-b y Fig. 4-6-c). En este caso el anclaje en la cabeza de compresión se consigue mediante gancho (Fig. 4-6-b) o prolongación recta (Fig. 4-6-c). Los estribos de la Fig. 4-6-c se han utilizado en vigas de carga de forjados unidireccionales.
- ❖ *Horquillas de una o dos ramas* (Fig. 4-6-d). Son los estribos que unen barras comprimidas con traccionadas, quedando las armaduras en forma de cuchillos separados.
- ❖ *Malla electrosoldada* (Fig. 4-6-e). Se emplean en determinados países por su sencillo montaje y excelente comportamiento. En este caso el anclaje en la cabeza de compresión se consigue mediante las barras longitudinales que constituyen la malla.

La instrucción EHE establece que se deben de cumplir las siguientes disposiciones:

- ✓ La armadura transversal de cortante debe formar con el eje de la pieza un ángulo α comprendido entre 45° y 90° , inclinada en el mismo sentido que la tensión principal de tracción producida por las cargas exteriores, al nivel del centro de gravedad de la sección de la pieza supuesta no fisurada.
- ✓ La cuantía mínima de las armaduras transversales debe ser tal que cumpla la relación:

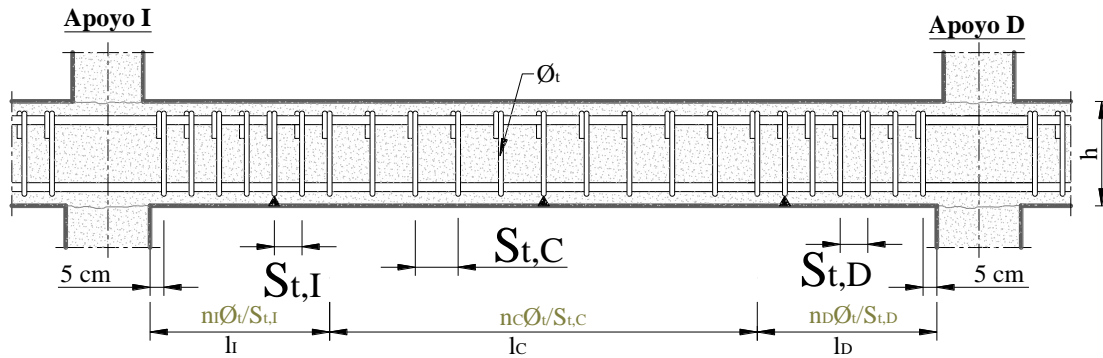
$$\sum \frac{A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin \alpha} \geq \frac{f_{ct,m}}{7,5} \cdot b_0$$

Esta armadura debe disponerse con estribos verticales.

- ✓ La separación máxima entre estribos debe cumplir la mínima de las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} s_t &\leq 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot g \alpha) \leq 600 \text{ mm} & \text{si } V_d &\leq \frac{1}{5} V_{ul} \\ s_t &\leq 0,6 \cdot d \cdot (1 + \cot g \alpha) \leq 450 \text{ mm} & \text{si } \frac{1}{5} V_{ul} < V_d &\leq \frac{2}{3} V_{ul} \\ s_t &\leq 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cot g \alpha) \leq 300 \text{ mm} & \text{si } \frac{2}{3} V_{ul} < V_d & \end{aligned}$$

donde d es el canto útil de la pieza.



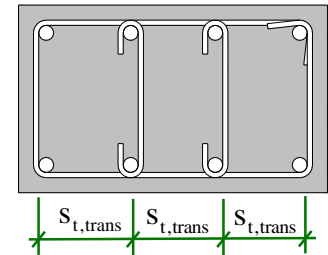
- ✓ La separación transversal $s_{t,trans}$ entre ramas de armaduras transversales deberá cumplir la condición siguiente: $s_{t,trans} \leq d \leq 500 \text{ mm}$
- ✓ Cuando las armaduras comprimidas se obtienen por cálculo, se deberá cumplir la condición adicional:

$$s_t \leq 15\phi_{\min}$$

$$\phi_t \geq \frac{1}{4} \phi_{\max} \sqrt{\frac{s_t}{15\phi_{\min}}}$$

sujetando al menos una de cada dos barras consecutivas de la misma cara y toda aquellas que se dispongan a una distancia $s > 15 \text{ cm}$.

- ✓ En piezas comprimidas $s_t \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ \text{dimensión menor del elemento} \end{cases}$
- ✓ Dado que la resistencia al esfuerzo cortante no se produce en una sección sino en una zona, los estribos deben prolongarse una distancia $h/2$ más allá de la sección en la que dejan de ser necesarios por cálculo. En el caso de apoyos, los cercos o estribos se dispondrán hasta el borde de los mismos.
- ✓ Al menos $1/3$ de la armadura necesaria por cortante, y en todo caso la cuantía mínima, se dispondrá en forma de estribos verticales.



5. SISTEMÁTICA DE CÁLCULO.

Una vez organizadas las armaduras longitudinales y conocidas la sección en la que deja de ser necesaria cada barra, hay que comprobar las distintas secciones a esfuerzo cortante y calcular los estribos correspondientes.

Normalmente debido a la alta resistencia del hormigón empleado y al diámetro de las barras longitudinales, se prescinde de las barras levantadas a 45° , aunque la sistemática que se expone puede ser perfectamente aplicable a estas últimas.

El valor de V_{u1} ha de compararse con V_d , valor del esfuerzo cortante de cálculo mayorado, a partir de la cara del apoyo, presentándose los casos:

- a) Si $V_d > V_{u1}$. Se deben aumentar las dimensiones de la sección para evitar el agotamiento por compresión oblicua del alma¹².
- b) Si $V_d \leq V_{u1}$. El hormigón soporta las compresiones que actúan en el alma. En necesario ahora comprobar que no se agota la capacidad del alma a tracción. Para esta nueva comprobación el valor del cortante de cálculo, V_d , se toma a partir de una distancia igual al canto útil de la cara del apoyo:

¹² Otra alternativa, aunque menos apropiada por afectar no solo al elemento que estamos estudiando, sino a toda la estructura, sería la de mejorar la resistencia del hormigón.

- b1) Si $V_d \leq V_{cu}$. El hormigón de la pieza resiste por sí solo todo el esfuerzo cortante, por lo que no se necesita armadura transversal. No obstante se hace necesario colocar unos estribos mínimos.
- b2) Si $V_{cu} < V_d$. Es necesario disponer armadura transversal. Determinamos el cortante que absorbe la cuantía mínima de armadura transversal, $V_{su,min}$, y pueden presentarse dos casos:
- Si $V_d \leq V_{cu} + V_{su,min}$, se diseñarán cercos o estribos mínimos.
 - Si $V_d > V_{cu} + V_{su,min}$. Será necesario calcular la armadura transversal con una capacidad tal que:

$$V_{su} = V_d - V_{cu}.$$

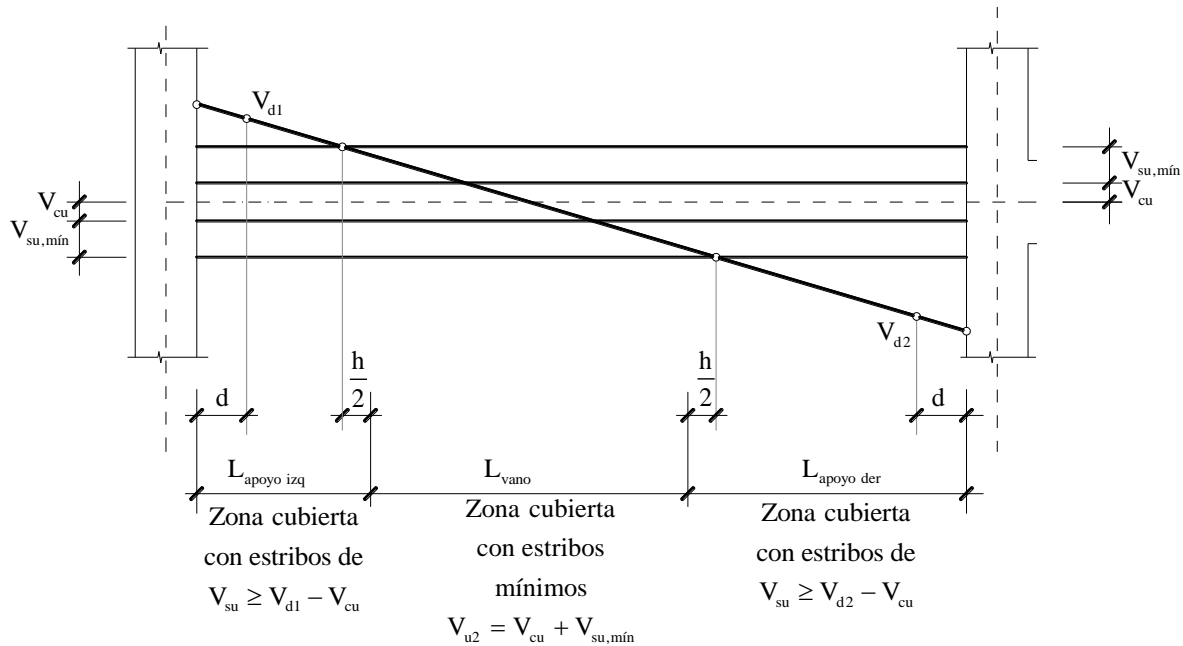


Fig.5 -1

BIBLIOGRAFÍA:

- ❑ EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural
- ❑ Jiménez Montoya y otros. "Hormigón armado". GG.
- ❑ Calavera, J. "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón (en masa, armado y pretensado)". INTEMAC.
- ❑ Calavera, J. "Cálculo, construcción patología y rehabilitación de forjados de edificación.". INTEMAC.